Cálculo Numérico

Método de Bisseção

Prof. Flávio Murilo de Carvalho Leal
Centro Universitário de Juazeiro do Norte
Uninassau

- O método da bisseção é uma técnica numérica para encontrar raízes de funções contínuas.
- Baseia-se no Teorema do Valor Intermediário.
- Requer que a função $f(x)$ seja contínua em $[a, b]$ e que $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Ideia Principal

- Dado um intervalo inicial $[a, b]$:
  1. Calcula-se o ponto médio $m = \frac{a+b}{2}$.
  2. Avalia-se $f(m)$.
  3. Se $f(a) \cdot f(m) < 0$, então a raiz está em $[a, m]$.
  4. Caso contrário, está em $[m, b]$.
  5. Repete-se o processo até atingir a precisão desejada.

Passos do Algoritmo

1. Escolher a e b tal que $f(a) \cdot f(b) < 0$.
2. Calcular $m = \frac{a+b}{2}$.
3. Se $|f(m)| < \varepsilon$, parar: m é a raiz.
4. Caso contrário:
   - Se $f(a) \cdot f(m) < 0$, atribuir $b \leftarrow m$.
   - Senão, atribuir $a \leftarrow m$.
5. Repetir o processo.

Vantagens e Desvantagens

Vantagens:

- Simples de implementar.
- Garantia de convergência se f for contínua.
- Intervalo da solução sempre diminui.

Desvantagens:

- Convergência lenta.
- Exige conhecimento prévio de um intervalo $[a, b]$ válido.
- Não fornece informação sobre a multiplicidade da raiz.

Vamos encontrar uma raiz de $f(x) = x^3 - x - 2$ no intervalo $[1, 2]$, com precisão $\varepsilon = 0.01$.

Passo 1: Verificar condição inicial:

$$f(1) = 1^3 - 1 - 2 = -2 < 0, \quad f(2) = 8 - 2 - 2 = 4 > 0$$

Como $f(1) \cdot f(2) < 0$, há pelo menos uma raiz no intervalo.

Iteração	a	b	$c = \frac{a+b}{2}$	$f(c)$	Intervalo novo
1	1	2	1.5	$f(1.5) = -0.125$	$[1.5, 2]$
2	1.5	2	1.75	$f(1.75) \approx 1.609$	$[1.5, 1.75]$
3	1.5	1.75	1.625	$f(1.625) \approx 0.666$	$[1.5, 1.625]$
4	1.5	1.625	1.5625	$f(1.5625) \approx 0.252$	$[1.5, 1.5625]$
5	1.5	1.5625	1.53125	$f(1.53125) \approx 0.059$	$[1.5, 1.53125]$
6	1.5	1.53125	1.515625	$f(1.515625) \approx -0.034$	$[1.515625, 1.53125]$

Após 6 iterações, o intervalo tem comprimento:

$$|b - a| = 1.53125 - 1.515625 = 0.015625 > 0.01$$

Ainda não atingimos a precisão. Continuamos até atender $|b - a| < \varepsilon$.

Continuando de onde paramos:

Iteração	a	b	$c = \frac{a+b}{2}$	$f(c)$	Intervalo novo
7	1.515625	1.53125	1.5234375	$f(1.5234375) \approx 0.012$	$[1.515625, 1.5234375]$

Agora:

$$|b - a| = 1.5234375 - 1.515625 = 0.0078125 < 0.01$$

Conclusão: Após 7 iterações, o intervalo $[1.515625, 1.5234375]$ contém a raiz com precisão desejada. Aproximamos a raiz por:

$$x \approx \frac{1.515625 + 1.5234375}{2} = 1.51953125$$